

ESTRUTURAS ALGÉBRICAS PARA LICENCIATURA

VOLUME 1

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA

Blucher

Jhone Caldeira Silva
Olimpio Ribeiro Gomes

ESTRUTURAS ALGÉBRICAS PARA LICENCIATURA

VOLUME 1

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA

Estruturas algébricas para licenciatura: volume 1 – Fundamentos de Matemática

© 2016 Jhone Caldeira Silva, Olimpio Ribeiro Gomes

Editora Edgard Blücher Ltda.

Arte da capa: Éric Flávio de Araújo e Ana Paula Chaves

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4° andar

04531-934 – São Paulo – SP – Brasil

Tel.: 55 11 3078-5366

contato@blucher.com.br

www.blucher.com.br

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*, Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer meios sem autorização escrita da Editora.

Todos os direitos reservados pela Editora Edgard Blücher Ltda.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Angélica Ilacqua CRB-8/7057

Silva, Jhone Caldeira

Estruturas algébricas para licenciatura : Fundamentos de Matemática, v. 1 / Jhone Caldeira Silva, Olimpio Ribeiro Gomes. – São Paulo : Blucher, 2016.

162 p. : il.

Bibliografia

ISBN 978-85-212-1070-2

1. Matemática – Estudo e ensino 2. Prática de ensino I.
Título II. Gomes, Olimpio Ribeiro

16-0522

CDD 510.7

Índice para catálogo sistemático:

1. Matemática – Estudo e ensino

CONTEÚDO

APRESENTAÇÃO	9
AGRADECIMENTOS.....	11
PREFÁCIO	13
CAPÍTULO 1 – ELEMENTOS DE LÓGICA MATEMÁTICA – PARTE I.....	15
1.1 Proposição, princípios da Lógica Matemática e conectivos lógicos	15
Conceitos primitivos e o conceito de proposição.....	15
Valor lógico, princípios da Lógica Matemática e conectivos lógicos	17
1.2 Tabelas-verdade	20
Tautologia e contradição	29
1.3 Sentenças abertas e quantificadores	30
Sentenças abertas, conjunto universo e conjunto verdade	30
Quantificadores.....	32
Exercícios propostos.....	36

CAPÍTULO 2 – ELEMENTOS DE LÓGICA MATEMÁTICA – PARTE II.....	43
2.1 Equivalência lógica	43
Proposições equivalentes.....	43
Contrarrecíproca, recíproca e implicação contrária	44
Equivalências fundamentais.....	47
Método dedutivo	48
2.2 Negação de proposições	49
Negação da conjunção e da disjunção	50
Negação da condicional	50
Negação de proposições quantificadas.....	51
2.3 Implicação lógica.....	55
Demonstração, hipótese e tese.....	57
2.4 Validação de argumentos e tipos de demonstração	58
Validação de argumentos.....	58
Tipos de demonstração.....	61
Exercícios propostos.....	64
CAPÍTULO 3 – A LINGUAGEM DOS CONJUNTOS	71
3.1 Conjuntos, subconjuntos e seus elementos.....	71
Subconjuntos e conjunto das partes de um conjunto.....	72
Alguns conjuntos numéricos conhecidos.....	73
Igualdade de conjuntos.....	74
3.2 Operações de união, interseção e complementar em conjuntos.....	75
União de conjuntos	75
Interseção de conjuntos.....	76
Complementar de conjuntos.....	77
Propriedades.....	77
3.3 Produtos cartesianos e relações em conjuntos.....	80
Produtos cartesianos.....	80

Relações	82
Gráfico de uma relação	83
Domínio e imagem de uma relação	84
Relações de equivalência	86
Classes de equivalência e conjunto quociente.....	90
Partição de um conjunto	93
Relações de ordem.....	95
Apêndice: diagramas de flechas.....	98
Exercícios propostos.....	103

CAPÍTULO 4 – FUNÇÕES.....117

4.1 O conceito de função e gráficos	117
O conceito de função	117
Domínio e contradomínio de funções.....	119
Imagem de funções.....	120
Gráficos de funções.....	121
Teste das retas verticais	122
Igualdade de funções	125
4.2 Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras	127
Teste das retas horizontais	131
4.3 Composição de funções e inversa de uma função	134
Composição de funções	134
Função identidade e a inversa de uma função.....	138
Exercícios propostos.....	139

RESPOSTAS DE ALGUNS EXERCÍCIOS149

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS161

APRESENTAÇÃO

O ENSINO DE ESTRUTURAS ALGÉBRICAS EM CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

O ensino de estruturas algébricas em cursos de licenciatura em Matemática não é apenas importante, mas essencial. Fundamentos básicos da Matemática estão aí compreendidos e conceitos primordiais são desenvolvidos por meio das abordagens aritmética e algébrica. O tratamento axiomático e as estruturas operatórias são essenciais à capacitação básica profissional e para gerar o alicerce indispensável à prática docente. Um grande desafio é identificar um método eficiente de ensino das estruturas algébricas nos cursos de licenciatura em Matemática. Os professores de Álgebra e Teoria dos Números têm a tarefa de lidar com a abstração e apresentar aos alunos conceitos fundamentais, de modo que estes tenham uma compreensão satisfatória e sejam capazes de perceber a importância desses conteúdos em suas realidades de sala de aula.

É importante focar com seriedade o processo de formação dos professores e garantir que os reflexos dessa formação nas salas de aula sejam os melhores possíveis.

Após algumas reflexões, lançamos um projeto intitulado *Estruturas Algébricas para Licenciatura*, fruto de nossa inquietação ao lecionar as disciplinas do tema, dentro dos currículos de cursos de licenciatura em Matemática no Distrito Federal e em Goiás. A proposta é a apresentação de livros didáticos elaborados com uma linguagem de fácil acesso a qualquer estudante de nível superior (ou mesmo de nível médio). Exploramos as ideias aritméticas e algébricas de maneira simples e clara, sem perder o rigor que a Matemática em si exige. Apresentamos um texto que auxilia professores e alunos no processo de aprendizagem das estruturas algébricas, sendo mais dialogado e rico em detalhes. As demonstrações são desenvolvidas de maneira didática e

exemplos são apresentados no intuito de facilitar o entendimento e a aplicação dos resultados demonstrados. Buscamos ensinar Matemática com profundidade, apresentando conceitos e suas relações, fortalecendo o sentimento de satisfação em aprender Matemática e evidenciando a importância desses conceitos (dos mais simples aos mais avançados) na formação de um bom professor de Matemática.

Prof. Dr. Jhone Caldeira Silva

Prof. Dr. Olimpio Ribeiro Gomes

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a todos os nossos alunos, professores e demais profissionais, amigos e familiares que nos incentivaram e acreditaram na proposta deste projeto que visa alcançar aqueles que se dedicam à licenciatura em Matemática.

De modo muito especial, agradecemos aos amigos de profissão que, generosamente, revisaram e ofereceram valiosas contribuições para a melhoria dos textos originais: Mathews Dantas e Lima, mestre pela Universidade Federal de Goiás (UFG) (Capítulos 1 e 2 e resoluções de alguns exercícios), Prof.^a Dr.^a Rosângela Maria da Silva, da UFG (Capítulo 3) e Prof. Dr. Ricardo Ruviano, da Universidade de Brasília (UnB) (Capítulo 4).

Expressamos também, lisonjeados, nosso profundo agradecimento à Prof.^a M.^a Sandra Aparecida de Oliveira Baccarin, que nos honrou com o Prefácio deste volume.

PREFÁCIO

Recebi o convite para escrever este prefácio com muita alegria. Pensei muito no que escrever sobre esses autores com os quais tive oportunidade de trabalhar durante vários anos, em duas universidades em Brasília e em Goiás. Os dois sempre foram professores muito respeitados pelos alunos, devido a vários aspectos: pelo grande conhecimento matemático, pela didática apresentada em sala de aula e, finalmente, pelo bom relacionamento que mantinham com os alunos.

Dessa forma, não posso deixar de ressaltar as inúmeras emoções e reflexões que me ligam a este trabalho, pois tenho a certeza de que esses profissionais conhecem realmente os fundamentos teóricos da Matemática, bem como as metodologias de ensino, recursos e estratégias de mediação da aprendizagem da disciplina.

Durante o tempo em que trabalhei com eles, tive a oportunidade de acompanhá-los em várias discussões sobre as tendências em educação Matemática, como: resolução de problemas, história da Matemática, modelagem, investigações em sala de aula, novas tecnologias, princípios de avaliação formativa e demais temas relacionados.

Sendo assim, alegra-me que profissionais como eles possam escrever livros sobre Estruturas Algébricas em Cursos de Licenciatura, um tema de difícil entendimento pelos alunos, mas que se faz imprescindível para um futuro professor de Matemática, pois esta carrega em si toda a responsabilidade de apresentar definições de conceitos e, ao mesmo tempo, apresentar exemplos relevantes.

Este projeto – *Estruturas Algébricas para Licenciatura* – não é composto apenas por este livro. Os autores já vivenciaram a experiência com outra obra – *Introdução à Teoria dos Números* – nesse contexto. Agora, reformulando o projeto dividido em três volumes, nos apresentam o primeiro volume: *Fundamentos de Matemática*. Como explicado, “é um projeto que surgiu como fruto da inquietação dos autores

como professores de disciplinas cujos conteúdos eram as estruturas algébricas básicas dentro do currículo de cursos de Licenciatura em Matemática no Distrito Federal e em Goiás. No que se refere à aprendizagem de tais estruturas, aparecem as seguintes perguntas: ‘Por que mesmo os conteúdos mais simples são passíveis de tantas dificuldades de entendimento?’, ‘Por que não são raros os momentos de dificuldades com os conteúdos e os exercícios?’”.

Aqui os autores abordam inicialmente os elementos da Lógica Matemática, com seus conceitos primitivos e o de proposição; em seguida, introduzem os alunos nesse universo com uma boa fundamentação até chegar à validação de argumentos e tipos de demonstração. Para isso, reservam dois preciosos capítulos.

A terceira parte do livro é dedicada à linguagem dos conjuntos, passando pelas operações, propriedades, relações e gráficos e chegando à importante teoria das relações de equivalência e de ordem. A quarta parte se destina às funções, abordando domínio, contradomínio, imagem, gráficos, testes de retas verticais e horizontais, igualdade de funções, composição de funções e inversas de funções. Ao final de cada parte do livro, podemos encontrar exercícios propostos, e a publicação também conta com a resolução de alguns desses exercícios.

O que nos chama a atenção neste trabalho é o cuidado que os autores tiveram em utilizar uma linguagem acessível para os alunos de graduação.

Prof.^a M.^a Sandra Aparecida de Oliveira Baccarin